

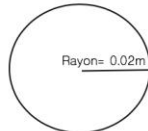
Méthode de résolution d'un problème scientifique appliqué :

Résoudre un problème scientifique appliqué peut parfois paraître difficile. Cela dit, il existe une méthode systématique que tu peux utiliser afin de guider ta résolution et de n'oublier aucune étape. L'équipe f(acteur) te propose 3 capsules vidéo détaillant les étapes de lecture, de résolution et de vérification d'un problème scientifique appliqué.

La ville de Montréal souhaite faire construire une fontaine au Parc Mont-royal. Cette fontaine sera constituée d'un réservoir de base de forme carrée et d'une vanne de sortie d'eau. Les surfaces de ces deux éléments sont à l'air libre. La ville souhaite que le débit d'entrée d'eau du réservoir soit égal à 5 litres par seconde et que le niveau d'eau dans ce même réservoir soit constant. La Municipalité vous fournit les caractéristiques de la vanne de sortie d'eau et de la forme du réservoir et vous demande de déterminer le volume minimum que celui-ci devrait avoir.

Largeur de la base du réservoir = 2 m

Vanne du réservoir :

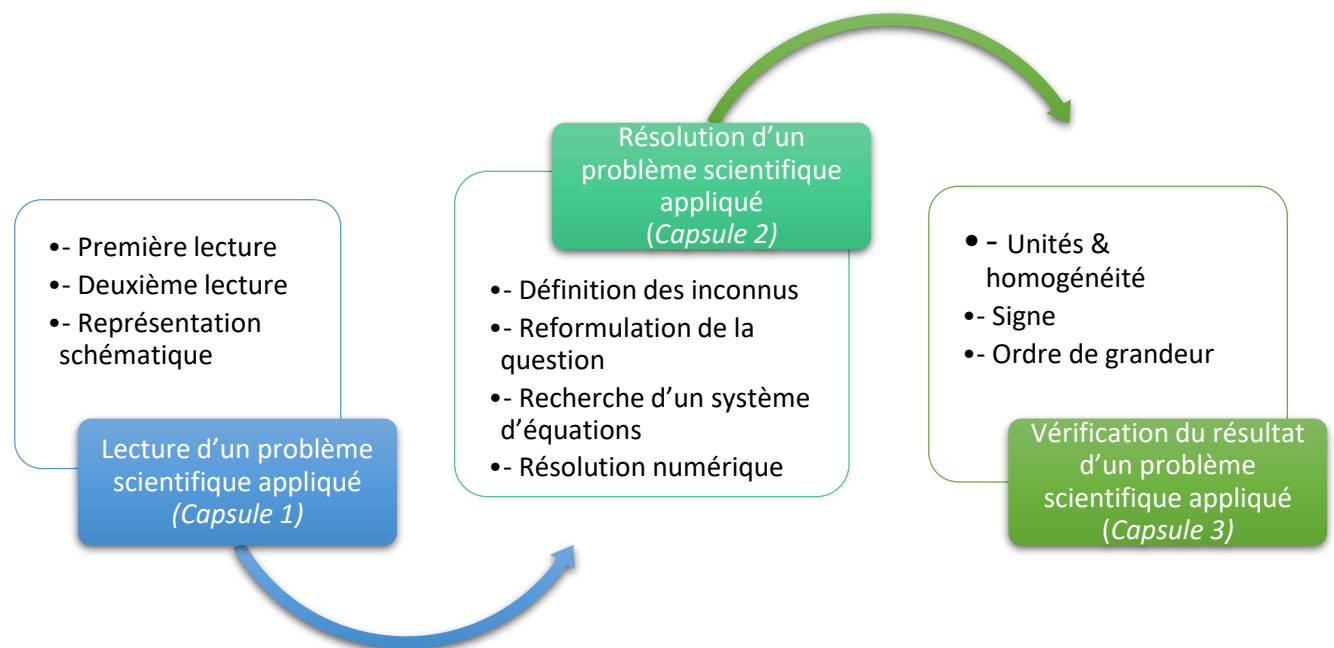


Le présent document est un aide-mémoire qui te permettra d'avoir une trace écrite des différentes étapes que tu peux suivre pour résoudre un problème scientifique appliqué. Bien sûr, les étapes que nous te présentons sont générales et doivent être adaptées au problème spécifique à résoudre.

Dans le cadre de cet aide-mémoire, nous allons résoudre le problème présenté ci-contre.

Comment s'y prendre ?

Démarche suggérée :



1. Lecture d'un problème scientifique appliqué (Capsule 1)

1.1. Première lecture

La première lecture consiste à diviser l'énoncé du problème en 3 parties soit la mise en contexte des données de la problématique posée.

La ville de Montréal souhaite faire construire une fontaine au Parc Mont-royal. Cette fontaine sera constituée d'un réservoir de base de forme carrée et d'une vanne de sortie d'eau. Les surfaces de ces deux éléments sont à l'air libre. La ville souhaite que le débit d'entrée d'eau du réservoir soit égal à 5 litres par seconde et que le niveau d'eau dans ce même réservoir soit constant. La Municipalité vous fournit les caractéristiques de la vanne de sortie d'eau et de la forme du réservoir et vous demande de déterminer le volume minimum que celui-ci devrait avoir.

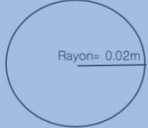
Contexte

Données

Question

Largueur de la base du réservoir = 2 m

Vanne du réservoir :

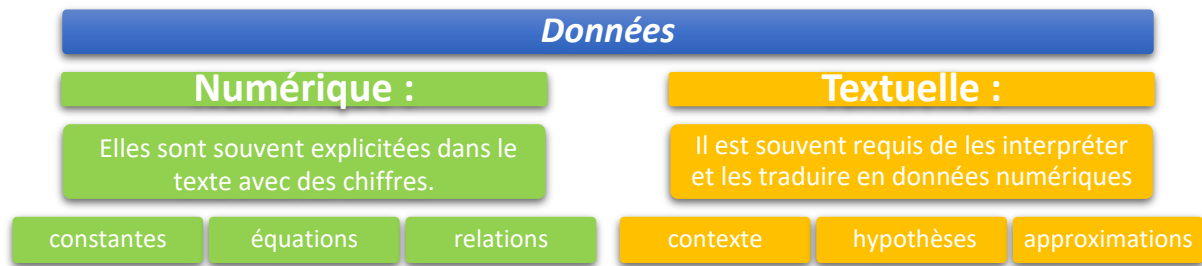


Attention à bien prendre en compte toutes les informations, même celles qui sont à l'extérieur du corps principal de l'énoncé !

On pense par exemple aux schémas et figures.

1.2. Deuxième lecture

On veut extraire les données importantes de l'énoncé. Les données sont de 2 types :



Débit d'entrée du réservoir = 5 L/s

Largueur de la base du réservoir = 2 m

Rayon de la vanne du réservoir = 0.02 m

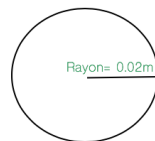
Dou, vanne de sortie de forme circulaire

$$A_s = \pi r^2$$

La ville de Montréal souhaite faire construire une fontaine au Parc Mont-royal. Cette fontaine sera constituée d'un réservoir de base de forme carrée et d'une vanne de sortie d'eau. Les surfaces de ces deux éléments sont à l'air libre. La ville souhaite que le débit d'entrée d'eau du réservoir soit égal à 5 litres par seconde et que le niveau d'eau dans ce même réservoir soit constant. La Municipalité vous fournit les caractéristiques de la vanne de sortie d'eau et de la forme du réservoir et vous demande de déterminer le volume minimum que celui-ci devrait avoir.

Largueur de la base du réservoir = 2 m

Vanne du réservoir :



Base du réservoir de forme carré

$$A = B^2$$

Surface libre à l'entrée et à la sortie du réservoir

$$P_A = P_B$$

Niveau d'eau dans le réservoir constant

$$Q_e = Q_s$$

1.3. Représentation schématique

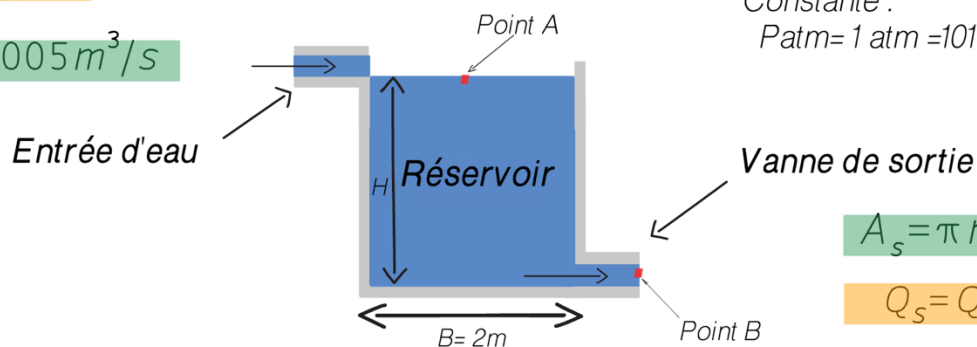
Une fois que toutes les données sont extraites, il faut les organiser afin d'avoir plus de clarté dans la résolution du problème. Plus les données seront organisées clairement, plus la résolution sera efficace et la correction facile. Il est donc indispensable de schématiser toutes les informations qui peuvent l'être. N'hésite pas à faire un schéma gros et coloré afin de n'oublier aucune donnée.

Schéma

$$P_A = P_{atm}$$

$$P_B = P_{atm}$$

$$Q_e = 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$$



Où :

Q = débit

P = pression

V = vitesse

Constante :

$P_{atm} = 1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$

$$A_s = \pi r^2$$

$$Q_s = Q_e$$

Attention à bien **définir les termes utilisés.**

Garde toujours en tête qu'une personne qui ne possède que la question du problème et le schéma puisse quand même le résoudre.

Si les éléments ne sont pas définis, la personne ne comprendra pas de quoi il est question.

2. Résolution d'un problème scientifique appliqué (*Capsule 2*)

2.1. Définition des inconnus

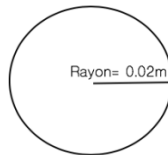
Après avoir extrait toutes les données de l'énoncé, il faut maintenant définir les inconnues de l'exercice. **Elles correspondent aux informations manquantes nécessaires à la résolution du problème.**

La ville de Montréal souhaite faire construire une fontaine au Parc Mont-royal. Cette fontaine sera constituée d'un réservoir de base de forme carrée et d'une vanne de sortie d'eau. Les surfaces de ces deux éléments sont à l'air libre. La ville souhaite que le débit d'entrée d'eau du réservoir soit égal à 5 litres par seconde et que le niveau d'eau dans ce même réservoir soit constant. La Municipalité vous fournit les caractéristiques de la vanne de sortie d'eau et de la forme du réservoir et vous demande de déterminer le **volume minimum** que celui-ci devrait avoir.

Il est important de les noter afin de pouvoir les identifier plus tard.

Largeur de la base du réservoir = 2 m

Vanne du réservoir :



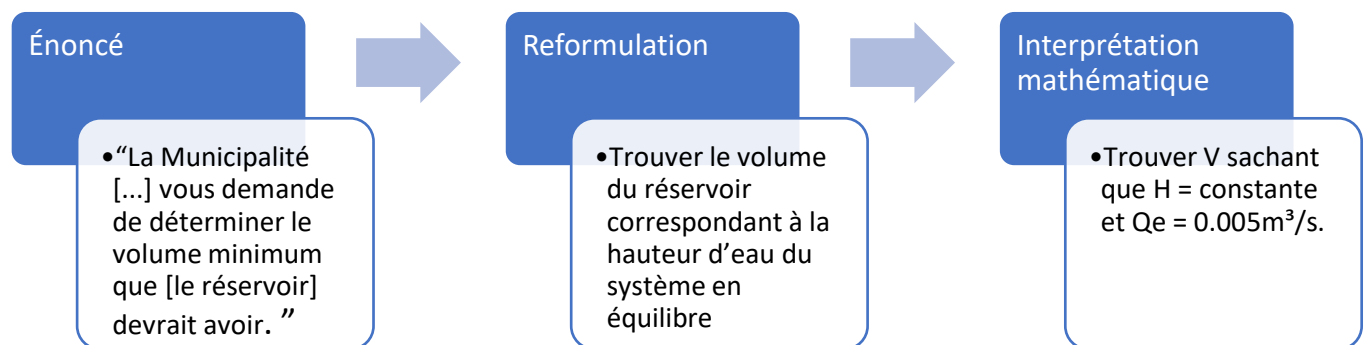
Le volume est notre inconnue.

On note donc :

V=?

2.2. Reformulation de la question

Pour résoudre correctement un problème, il faut d'abord bien comprendre ce que l'on cherche. C'est pourquoi la reformulation de la question est essentielle.



Attention, l'interprétation mathématique doit **toujours contenir l'inconnue** définie à l'étape précédente.

2.3. Recherche d'un système d'équations

À partir de l'interprétation mathématique, on construit un arbre de résolution qui correspond à un système d'équations.

Nous voulons que les équations du plus bas niveau de l'arbre ne possèdent aucune inconnue de manière à pouvoir résoudre numériquement le problème.

La méthode proposée consiste à :

1. Prendre l'interprétation mathématique.
2. Trouver les inconnues dans cette équation.
3. Trouver une équation ou une relation dans laquelle cette inconnue est liée aux données du problème.
4. Répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'inconnues dans les équations.

C'est également à cette étape qu'il faut **penser aux hypothèses** que tu peux formuler pour trouver des valeurs ou équations afin de résoudre ton problème. **Ces hypothèses** varient d'un sujet d'étude à l'autre, mais elles **seront toujours explicitées dans tes cours**.

Hypothèses:

- Régime permanent = écoulement uniforme
- Vitesse nulle pour une surface libre sur une grande étendue = $V_a = 0\text{m/s}$
- $Z_b =$ hauteur du sol = 0m
- $Z_a =$ hauteur d'eau dans le réservoir = H

Équation de Bernoulli=0

$$\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g(Z_B - Z_A) = 0$$

$V = H \times A$

$Z_A = H = \frac{V_B^2}{2g}$

$A = B^2$

Constante nécessaire résolution

- $\rho(\text{eau}) = 1\text{ kg/L}$
- $g = 9.81\text{m/s}^2$

$V_B = \frac{Q_s}{A_s} = \frac{Q_s}{\pi \times r^2}$

Légende :

- Inconnues
- Données de l'énoncé
- Hypothèses
- Constantes

$P_A = P_{atm}$

$P_B = P_{atm}$

$Q_e = 0.005\text{m}^3/\text{s}$

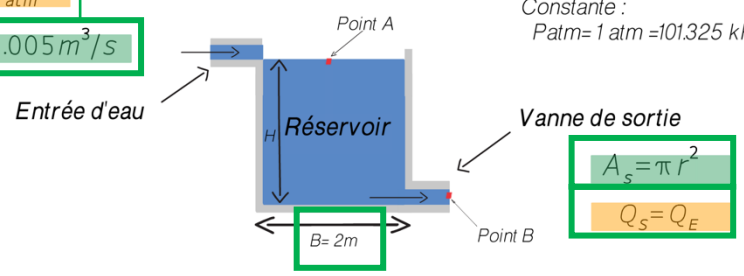
Schéma

Où :

- $Q =$ débit
- $P =$ pression
- $V =$ vitesse

Constante :

$P_{atm} = 1\text{ atm} = 101.325\text{ kPa}$



2.4. Résolution numérique

Une fois que l'ensemble du système d'équations est déterminé, il ne doit plus rester d'inconnu aux niveaux les plus bas de l'arbre. Le système peut donc être résolu et il ne reste qu'à insérer les données dans les équations en partant du plus bas niveau et en remontant l'arbre.

Données

Numériques	Textuelles
$Q_s = 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$	$P_A = P_B$
$B = 2 \text{ m}$	$V_A = 0 \text{ m/s}$
$R = 0.02 \text{ m}$	$Q_e = Q_s$

$$V = H \times A$$

$$H = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(3,98 \text{ m/s})^2}{2 \times 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,81 \text{ m} \quad \checkmark$$

$$A = B^2 = (2 \text{ m})^2 = 4 \text{ m}^2 \quad \checkmark$$

$$Z_A = H = \frac{V_B^2}{2g}$$

$$V_B = \frac{Q_s}{\pi \times r^2} = \frac{(0,005 \text{ m}^3/\text{s})^2}{\pi \times (0,02 \text{ m})^2} = 3,98 \text{ m/s}$$

$$V_B = \frac{Q_s}{A_s} = \frac{Q_s}{\pi \times r^2}$$

$$V = H \times A = 0,81 \text{ m} \times 4 \text{ m}^2 = 3,24 \text{ m}^3$$

Nous avons trouvé le résultat final!



3. Vérification du résultat d'un problème scientifique appliqué (Capsule 3)

3.1. Unités & homogénéité

S'assurer d'avoir les unités à chacun des résultats et de les introduire dans chacune des équations est une habitude à prendre. Il est ainsi possible de s'assurer en arrivant au dernier résultat que rien n'a été oublié.

$$\text{Équation 1} \xrightarrow{m^2} \text{Équation 2} \xrightarrow{m/s} \text{Équation 3} \dots$$

$$\text{Résultat} = 3,23 \text{ m}^3$$

La notion d'homogénéité du résultat fait référence à la cohérence entre l'unité du résultat obtenu et la dimension de la grandeur physique recherchée.

Par exemple, dans le cas présent, un résultat final en m^2 ne ferait aucun sens étant donné qu'un volume est recherché ici, l'unité est le m^3 .

Rappel de la correspondance grandeur physique & unités dans le système international :

GRANDEUR	SYSTÈME INTERNATIONAL	CORRESPONDANCE
TEMPS	s	1h=60min=3600s
MASSE	g	1lb _m =453,593 g
LONGUEUR	m	1pi=12po=1/3vg=0,3048m
SURFACE	m ²	1pi ² =144po ² =0,0929m ²
VOLUME	m ³	1pi ³ =1728po ³ =7,4805gal=0,028317m ³ 1m ³ =1000L
FORCE	N (ou kg*m/s ²)	1lb _f =32,174 lb _m *pi/s ² =4,4482N
PRESSION	Pa (ou N/m ²)	1atm=101,325kPa=1,01325bar=14,696psi
ENERGIE	J (ou N/m)	1J=2,778.10 ⁻⁷ kWh=0,239cal
PUISSANCE	W (ou J/s)	1J/s=0,239cal/s

S'il y a une divergence entre l'unité recherchée et l'unité obtenue, il est possible que tu aies oublié une valeur dans une des équations ! Il faut donc que tu reprennes tes calculs.

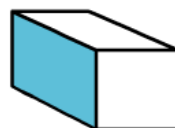
3.2. Signe

Il faut **toujours être critique par rapport aux résultats obtenus**. Le signe est un élément essentiel du résultat. Dépendamment du contexte et de la grandeur recherchée, des valeurs négatives peuvent parfois être à exclure. **Que représente une distance, un volume, ou une durée négative?**

+ 3,23 m³

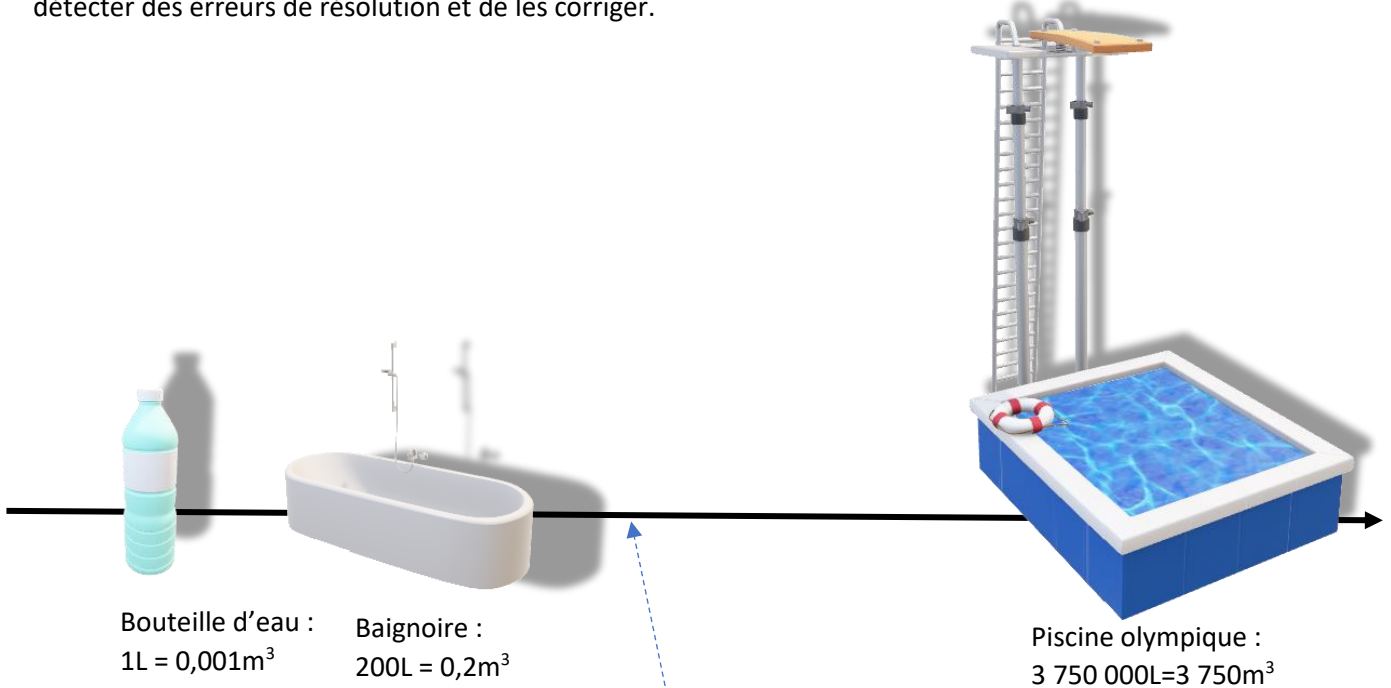


-3,23 m³



3.3. Ordre de grandeur

La notion d'ordre de grandeur fait appel au bon sens. Une connaissance du contexte et du sujet peut aider à évaluer la véracité d'un résultat. Cela dit le simple fait d'utiliser sa logique peut permettre de détecter des erreurs de résolution et de les corriger.



Ordre de grandeur

Une fontaine de 3 230 litres

Logique ?

Oui!

Si réponse de 0.001 m³

Trop peu pour une fontaine ...
Revoir les calculs!